|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** | |
|  | **No. Ítem**: **1** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ingeniería y Ciencias Básicas | |  |
| **Prueba**: Formulación y Solución de Modelos Diferenciales | |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** | | |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**  Capacidad para identificar, formular y resolver problemas de ingeniería mediante la aplicación de principios de la ingeniería, la ciencia y las matemáticas. | | |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:  Un modelo elemental del crecimiento de una población se basa en la hipótesis de que el crecimiento de la población P aumenta a una velocidad directamente proporcional a la población y a la diferencia entre 1’000.000 y la población. | | |
| **ENUNCIADO**:  Si k es una constante cualesquiera, la ecuación diferencial que modela este fenómeno es: | | |
| **Opciones de respuesta**  a. dP/dt=kP(t)/(1'000.000-P(t)).  b. dP/dt=kP(t)(1'000.000-P(t)).  c. dP/dt=k[P(t)(1'000.000+P(t))].  d. P=(1'000.000-P(t))dP/dt. | | |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** | | |
| Por qué NO es a: porque de acuerdo con el enunciado, la velocidad de crecimiento de la población, dP/dt, es proporcional a la población P y a la diferencia de (1’000.000-P (t)) y no inversamente a esta última diferencia. | | |
| Por qué NO es c: porque de acuerdo con el enunciado, la velocidad de crecimiento de la población, dP/dt es proporcional a la población P y a la diferencia entre 1'000.000-P (t), pero en este caso lo que se está diciendo es que la velocidad de crecimiento es proporcional a la población P con la suma de la población P y 1’000.000, que no es lo que se está planteando en el problema. | | |
| Por qué NO es d: porque aquí lo que se está expresando es que la razón de cambio de la población dP/dt es proporcional a la población P e inversamente proporcional a la diferencia entre 1’000.000 y la población P, y no es lo que se solicita en el enunciado. | | |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**  La clave es b porque de acuerdo al enunciado del problema, la velocidad de crecimiento de la población dP/dt es proporcional a la población P y a la diferencia entre 1’000.000 y la población P, recordando que en la lógica matemática el conectivo y se debe entender como el producto de estas dos expresiones. | | |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** | |
|  | **No. Ítem**: **2** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ingeniería y Ciencias Básicas | |  |
| **Prueba**: Formulación y Solución de Modelos Diferenciales | |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** | | |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**  Capacidad para identificar, formular y resolver problemas de ingeniería mediante la aplicación de principios de la ingeniería, la ciencia y las matemáticas. | | |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:  Si el modelo de crecimiento de una cierta población se rige por el modelo exponencial dP/dt=0.4(1-P/2300), en donde P(t) es la población en el tiempo t. | | |
| **ENUNCIADO**:  ¿Para qué valores de P está creciendo la población? | | |
| **Opciones de respuesta**  a. 0 < P <= 2300.  b. P > 2300.  c. P < 0.  d. 0 < P < 1. | | |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** | | |
| Por qué NO es b: porque para estos valores de P, la cantidad 1-P/2300 es negativa y por tanto la población decrece o disminuye ya que la razón de cambio o su velocidad de crecimiento es negativa por ser P/2300 mayor que 1. | | |
| Por qué NO es c: porque esta respuesta es incorrecta, ya que en este caso la población tomaría valores negativos. | | |
| Por qué NO es d: porque es cierto que para estos valore de P la razón de cambio es positiva, pero aquí no se tendrían todos los casos para P, ya que existen muchos más valores para P, por tal motivo esta respuesta no es completamente correcta. | | |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**  La clave es a porque de acuerdo al enunciado, tenemos que (1 - P/2300) es positivo, debido a que P/2300 es menor que 1, por lo tanto, dP/dt es mayor que cero y la población está creciendo por ser la derivada positiva. | | |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: | | |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** | |
|  | **No. Ítem**: **3** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ingeniería y Ciencias Básicas | |  |
| **Prueba**: Formulación y Solución de Modelos Diferenciales | |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** | | |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**  Capacidad para identificar, formular y resolver problemas de ingeniería mediante la aplicación de principios de la ingeniería, la ciencia y las matemáticas. | | |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:  A cuatro de los estudiantes de Ingeniería; a) Pedro, b) Juan, c) María y d) Rodrigo, se les pide que encuentren una solución a una situación que tiene como modelo la siguiente ecuación diferencial: dy/dt=(y^2-1)/(t^2+2t). | | |
| **ENUNCIADO**:  Los estudiantes proponen, en su orden, las siguientes soluciones. Indique cuál tiene la razón. | | |
| **Opciones de respuesta**  a. y(t)=1/t+1.  b. y(t)=t+1.  c. y(t)=1+3t.  d. y(t)=2t+10. | | |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** | | |
| Por qué NO es a: porque esta solución es incorrecta. La derivada de esta función dy/dt = -1/t^2 no es igual al miembro derecho de la ecuación diferencial. Si sustituimos y(t) en el miembro derecho nos da [(1/t+1)^2-1]/(t^2+2t)=(1+2t)/[t^2(t+2) que es diferente a dy/dt=-1/t^2. | | |
| Por qué NO es c: porque esta solución es incorrecta. La derivada de esta función dy/dt = 3 no es igual al miembro derecho de la ecuación diferencial. Si sustituimos y(t) en el miembro derecho nos da [(1+3t)^2-1]/(t^2+2t)=3(3t^2+2t)/[t^2(t+2) que es diferente a dy/dt=3. | | |
| Por qué NO es d: porque esta solución es incorrecta. La derivada de esta función dy/dt = 2 no es igual al miembro derecho de la ecuación diferencial. Si sustituimos y(t) en el miembro derecho nos da [(2t+10)^2-1]/(t^2+2t)=(4t^2+40t+99)/[t^2(t+2) que es diferente a dy/dt=2. | | |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**  La clave es b porque si remplazamos y=t+1 en el miembro derecho de la ecuación diferencial nos da: [(1+t)^2-1}/(t^2+2t)=(t^2+2t)/(t^2+2t)=1 y el miembro izquierdo dy/dt es 1. Por tanto, se cumple la igualdad. | | |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: | | |