|  |  |
| --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** |
|  | **No. Ítem**: **1** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ciencias Básicas |  |
| **Prueba**: Ecuaciones Diferenciales |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**Aplica La solución de ecuaciones diferenciales a la solución de problemas. |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:En un circuito eléctrico, la diferencia de potencial E a través de un elemento de Inductancia L es igual al producto de L por la velocidad de cambio de la corriente i en la inductancia. |
| **ENUNCIADO**:Tómese k como una constante cualesquiera. La ecuación diferencial que expresa este fenómeno físico es:  |
| **Opciones de respuesta**a. E =di/dt+kL.b. E= k(di/dt+L).c. E=k(L-di/dt).d. E=L(di/dt). |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** |
| Por qué NO es a: porque de acuerdo con el enunciado, la diferencia de potencial debe ser igual a el producto de la variación de la corriente i y la inductancia L, no la suma.  |
| Por qué NO es b: porque de acuerdo con el enunciado, la diferencia de potencial debe ser igual a el producto, no proporcional a la suma, de la variación de la corriente i y la inductancia L. |
| Por qué NO es c: porque de acuerdo con el enunciado, la diferencia de potencial debe ser igual a el producto de la variación de la corriente i y la inductancia L, no proporcional a la diferencia de la inductancia L y la variación de la corriente i. |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**La clave es d porque de acuerdo al enunciado del problema, la diferencia de potencial E es igual al producto de la variación de la corriente i, di/dt, y la inductancia L. |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** |
|  | **No. Ítem**: **2** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ciencias Básicas |  |
| **Prueba**: Ecuaciones Diferenciales |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**Aplica La solución de ecuaciones diferenciales a la solución de problemas. |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:Un modelo elemental del crecimiento de una población se basa en la hipótesis de que: El crecimiento de la población P de una ciudad aumenta a una velocidad proporcional a la población y a la diferencia entre 1’000.000 y la población. |
| **ENUNCIADO**:Tómese k como una constante cualesquiera. La ecuación diferencial que expresa este fenómeno físico es:  |
| **Opciones de respuesta**a. dP/dt=kP/(1'000.000-P). b. dP/dt=kP(1'000.000-P). c. dP/dt=k[P+(1'000.000-P)]. d. P=(1'000.000-P)dP/dt. |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** |
| Por qué NO es a: porque de acuerdo con el enunciado, la velocidad de crecimiento de la población, dP/dt, es proporcional a la población P y a la diferencia de 1’000.000 y la población P y no inversamente proporcional a esta diferencia. |
| Por qué NO es c: porque en este caso lo que se está diciendo es que la velocidad de crecimiento es proporcional a la suma de la población P y su diferencia entre 1’000.000 y la población P, y no es lo que se está solicitando. |
| Por qué NO es d: porque aquí lo que se está expresando es que la razón de cambio de la población dP/dt es proporcional a la población P e inversamente proporcional a la diferencia entre 1’000.000 y la población P, y no es lo que se solicita en el enunciado. |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**La clave es b porque de acuerdo al enunciado del problema, la velocidad de crecimiento de la población dP/dt es proporcional a la población P y a la diferencia entre 1’000.000 y la población P, recordando que en la lógica matemática él y se debe entender como producto |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** |
|  | **No. Ítem**: **3** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ciencias Básicas |  |
| **Prueba**: Ecuaciones Diferenciales |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**Identifica y comprende cuando una función es solución de una ecuación diferencial. |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:A los estudiantes de Ingeniería; a) Pedro, b) Juan, c) María y d) Rodrigo, se les pide que encuentren una solución para la siguiente ecuación diferencial: dy/dt=(y^2-1)/(t^2+2t).  |
| **ENUNCIADO**:Los estudiantes proponen, en su orden, las siguientes soluciones, indique, con la letra de identificación, quien tiene la razón:  |
| **Opciones de respuesta**a. y(t)=1/t+1. b. y(t)=t+1 . c. y(t)=1+3t. d. y(t)=2t+10. |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** |
| Por qué NO es a: porque la derivada de esta función dy/dt = -1/t^2 no es igual al miembro derecho de la ecuación diferencial. Si sustituimos y(t) en el miembro derecho nos da [(1/t+1)^2-1]/(t^2+2t)=(1+2t)/[t^2(t+2) que es diferente a dy/dt=-1/t^2. |
| Por qué NO es c: porque la derivada de esta función dy/dt = 3 no es igual al miembro derecho de la ecuación diferencial. Si sustituimos y(t) en el miembro derecho nos da [(1+3t)^2-1]/(t^2+2t)=3(3t^2+2t)/[t^2(t+2) que es diferente a dy/dt=3. |
| Por qué NO es d: porque la derivada de esta función dy/dt = 2 no es igual al miembro derecho de la ecuación diferencial. Si sustituimos y(t) en el miembro derecho nos da [(2t+10)^2-1]/(t^2+2t)=(4t^2+40t+99)/[t^2(t+2) que es diferente a dy/dt=2. |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**La clave es b porque ya que si remplazamos y=t+1 en el miembro derecho de la ecuación diferencial nos da: [(1+t)^2-1}/(t^2+2t)=(t^2+2t)/(t^2+2t)=1 y el miembro izquierdo dy/dt es 1. Por tanto, se cumple la igualdad. |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** |
|  | **No. Ítem**: **4** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ciencias Básicas |  |
| **Prueba**: Ecuaciones Diferenciales |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**Plantea y resuelve problemas de su entorno y hace transferencia de los diferentes métodos heurísticos en la solución de los mismos. |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:Si se supone que la velocidad de aumento de población de un país es proporcional al número de habitantes, es decir dy/dt=ky donde y es la población en t años. |
| **ENUNCIADO**:¿En cuántos años se triplicará su población, si esta se duplica en 50 años? |
| **Opciones de respuesta**a. 79.b. 73.c. 68.d. 65. |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** |
| Por qué NO es b: porque la solución general de la ecuación diferencial es y=Ce^(kx). Si la población inicial es A, es decir, cuando t=0, tenemos que A=Ce^0=C. Por tanto, para t=50 años, se tiene que y=2A=Ae^(50k) o 2=e^(50k). Sacando logaritmo a ambos miembros de la igualdad, se tiene ln (2) =50k o k=ln (2) /50=0.01386. De esta manera la solución para este problema es y=Ae^(0.01386t). Si la población se triplica 3A=Ae^(0.01386t), eliminando A y sacando logaritmo a ambos miembros, tenemos por último que t=ln (3) /0.01386=79. |
| Por qué NO es c: porque la solución general de la ecuación diferencial es y=Ce^(kx). Si la población inicial es A, es decir, cuando t=0, tenemos que A=Ce^0=C. Por tanto, para t=50 años, se tiene que y=2A=Ae^(50k) o 2=e^(50k). Sacando logaritmo a ambos miembros de la igualdad, se tiene ln (2) =50k o k=ln (2) /50=0.01386. De esta manera la solución para este problema es y=Ae^(0.01386t). Si la población se triplica 3A=Ae^(0.01386t), eliminando A y sacando logaritmo a ambos miembros, tenemos por último que t=ln (3) /0.01386=79. |
| Por qué NO es d: porque la solución general de la ecuación diferencial es y=Ce^(kx). Si la población inicial es A, es decir, cuando t=0, tenemos que A=Ce^0=C. Por tanto, para t=50 años, se tiene que y=2A=Ae^(50k) o 2=e^(50k). Sacando logaritmo a ambos miembros de la igualdad, se tiene ln (2) =50k o k=ln (2) /50=0.01386. De esta manera la solución para este problema es y=Ae^(0.01386t). Si la población se triplica 3A=Ae^(0.01386t), eliminando A y sacando logaritmo a ambos miembros, tenemos por último que t=ln (3) /0.01386=79. |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**La clave es a porque la solución general de la ecuación diferencial es y=Ce^(kx), y si la población inicial es A, es decir, cuando t=0, tenemos que A=Ce^0=C. Por tanto, para t=50 años, se tiene que y=2A=Ae^(50k) o 2=e^(50k). Sacando logaritmo a ambos miembros de la igualdad, se tiene ln (2)=50k o k=ln(2)/50=0.01386. De esta manera la solución para este problema es y=Ae^(0.01386t). Si la población se triplica 3A=Ae^(0.01386t), eliminando A y sacando logaritmo a ambos miembros, tenemos por ultimo que t=ln(3)/0.01386=79. |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: |

|  |  |
| --- | --- |
|  | **FICHA TÉCNICA DE CONSTRUCCIÓN DEL ÍTEM** |
|  | **No. Ítem**: **5** |
|
|
| **DATOS DEL ÍTEM** | **DATOS DEL AUTOR** |
| **Programa académico**: Ciencias Básicas |  |
| **Prueba**: Ecuaciones Diferenciales |  |
|  |
|  |
| **ÍTEM: COMPETENCIA ESPECÍFICA, CONTEXTO, ENUNCIADO Y OPCIONES DE RESPUESTA** |
| **Competencia específica señalada en el syllabus, que evalúa este ítem:**Plantea y resuelve problemas de su entorno y hace transferencia de los diferentes métodos heurísticos en la solución de los mismos. |
| **CONTEXTO - Caso - situación problémica**:Según la ley de Newton de enfriamiento, la velocidad a que se enfría una sustancia al aire libre es proporcional a la diferencia entre la temperatura de la sustancia y la del aire, es decir dT/dt=-k(T-T0 ), donde T es la temperatura del cuerpo, T0 la temperatura del aire y t el tiempo en minutos. |
| **ENUNCIADO**:Si la temperatura del aire es 30° y la sustancia se enfria de 100° a 70° en 15 minutos. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que la temperatura del cuerpo sea 40°? |
| **Opciones de respuesta**a. 52 min.b. 70 min.c. 49 min.d. 65 min. |
|
|
| **JUSTIFICACIÓN DE OPCIONES DE RESPUESTA** |
| Por qué NO es b: porque si dT/dt=k(T-T0) donde T0=30° y T(0)=100° la solución de es T=30°+Ce^(kt), de modo que 100=30+C cuando t=0 y C=70 y por lo tanto, T=30+70e^(kt). De T(15)=70=30+70e^(15k), e^(15k)=40/70=4/7 o bien k=(1/15)ln(4/7)=-0.03731. En consecuencia, T(t)=30+70e^(-0.03731t), solución para este problema. Si T(t)=40, entonces 40°=30°+70°e^(-0.03731t) y t=ln(1/7)/(-0.03731)=52 min y no 70 min. |
| Por qué NO es c: porque si dT/dt=k(T-T0) donde T0=30° y T(0)=100° la solución de es T=30°+Ce^(kt), de modo que 100=30+C cuando t=0 y C=70 y por lo tanto, T=30+70e^(kt). De T(15)=70=30+70e^(15k), e^(15k)=40/70=4/7 o bien k=(1/15)ln(4/7)=-0.03731. En consecuencia, T(t)=30+70e^(-0.03731t), solución para este problema. Si T(t)=40, entonces 40°=30°+70°e^(-0.03731t) y t=ln(1/7)/(-0.03731)=52 min y no 49 min. |
| Por qué NO es d: porque si dT/dt=k(T-T0) donde T0=30° y T(0)=100° la solución de es T=30°+Ce^(kt), de modo que 100=30+C cuando t=0 y C=70 y por lo tanto, T=30+70e^(kt). De T(15)=70=30+70e^(15k), e^(15k)=40/70=4/7 o bien k=(1/15)ln(4/7)=-0.03731. En consecuencia, T(t)=30+70e^(-0.03731t), solución para este problema. Si T(t)=40, entonces 40°=30°+70°e^(-0.03731t) y t=ln(1/7)/(-0.03731)=52 min y no 65 min. |
| **CLAVE Y JUSTIFICACIÓN.**La clave es a porque la solución general de la ecuación diferencial dT/dt=k(T-T0) donde T0=30° y T(0)=100° es T=30°+Ce^(kt), de modo que 100=30+C cuando t=0 y C=70 y por lo tanto, T=30+70e^(kt). De T(15)=70=30+70e^(15k), e^(15k)=40/70=4/7 o bien k=(1/15)ln(4/7)=-0.03731. En consecuencia, T(t)=30+70e^(-0.03731t), solución para este problema. Si T(t)=40, entonces 40°=30°+70°e^(-0.03731t) y t=ln(1/7)/(-0.03731)=52 min. |
| **ESPECIFICACIONES DE DISEÑO: DIBUJOS, ECUACIONES Y / O GRÁFICOS**: |